



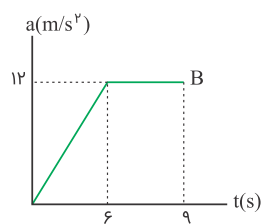
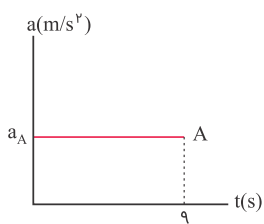
گزینه ۱

۱

باتوجه به صورت سؤال، این دو متحرک در ۹ s ابتدای حرکت، دارای سرعت اولیه و سرعت ثانویه یکسان هستند.

$$\text{در } 9 \text{ s} \left\{ \begin{array}{l} v_{0A} = v_{0B} = 0 \\ v_A = v_B \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta v_A = \Delta v_B$$

این بدان معنا است که سطح زیر نمودار $(a - t)$ برای هر دو متحرک یکسان بوده است.

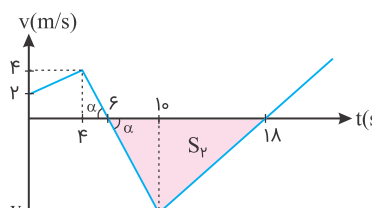


$$\left. \begin{array}{l} \Delta v_A = 9a_A \\ \Delta v_B = \frac{(3+9)12}{2} = 72 \end{array} \right\} \Rightarrow 9a_A = 72 \Rightarrow a_A = 8 \text{ m/s}^2$$

گام اول: متحرک از $x = -20\text{ m}$ قرار است به $x = +20\text{ m}$ برسد، یعنی جابه‌جایی آن $\Delta x = +40\text{ m}$ است؛ بنابراین باید لحظه‌ای را پیدا کنیم که مجموع مساحت‌های زیر نمودار تا آن لحظه برابر با $+40\text{ m}$ شود.
گام دوم: ابتدا مساحت سطح زیر نمودار را تا لحظه $t = 6\text{ s}$ محاسبه می‌کنیم.

$$s_1 = \left(\frac{2+4}{2} \times 4 \right) + \frac{2 \times 4}{2} = 16\text{ m} \Rightarrow \Delta x_1 = 16\text{ m}$$

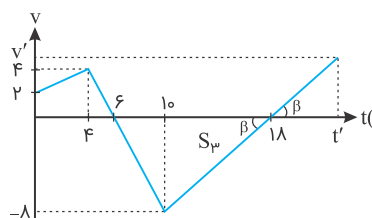
بنابراین هنوز به $\Delta x = 40\text{ m}$ نرسیده‌ایم. مساحت زیر نمودار در بازه $(6\text{ s}, 18\text{ s})$ برابر است با:



$$\frac{4}{6-4} = \frac{|v|}{10-6} \Rightarrow |v| = 8 \Rightarrow v = -8\text{ m/s}$$

$$\Rightarrow s_2 = \frac{12 \times |v|}{2} = 48 \Rightarrow \Delta x_{(6\text{ s}, 18\text{ s})} = -48\text{ m}$$

در مجموع جابه‌جایی از $t = 0$ تا $t = 18\text{ s}$ برابر با $\Delta x_1 + \Delta x_2 = 16 - 48 = -32\text{ m}$ است.
گام سوم: پس لحظه t بعد از لحظه $t = 18\text{ s}$ است. اگر لحظه‌ای که متحرک به $x = 20\text{ m}$ می‌رسد را t' در نظر بگیریم، داریم:



$$\frac{8}{18-10} = \frac{v'}{t'-18} \Rightarrow v' = t' - 18$$

$$s_3 = \frac{v' \times t'}{2} = \frac{(t' - 18)(t' - 18)}{2} = \frac{(t' - 18)^2}{2}$$

گام چهارم: مجموع مساحت‌های s_1 ، s_2 و s_3 به همراه علامت آن‌ها برابر با جابه‌جایی کل است که آن را برابر با $+20\text{ m}$ قرار می‌دهیم.

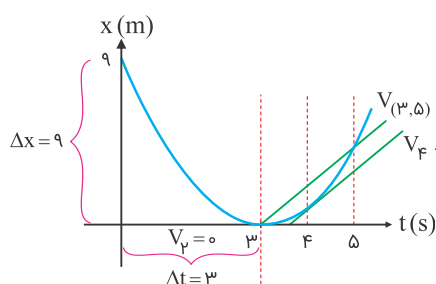
$$\Delta X_t = s_1 - s_2 + s_3 = +20 \Rightarrow -32 + \frac{(t' - 18)^2}{2} = 40$$

$$\Rightarrow (t' - 18)^2 = 144 \Rightarrow t' - 18 = 12 \Rightarrow t' = 30\text{ s}$$

گام پنجم: حالا تندی متوسط متحرک در این بازه را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{16 + 48 + 72}{30} = \frac{136}{30} = \frac{68}{15}\text{ m/s}$$

سهمی را از محور آن جدا می‌کنیم و سمت چپ را بررسی می‌کنیم.



$$\Delta x = 9$$

$$\Delta x = -\frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t \Rightarrow -9 = -\frac{1}{2}a(9) + 0 \Rightarrow a = 2$$

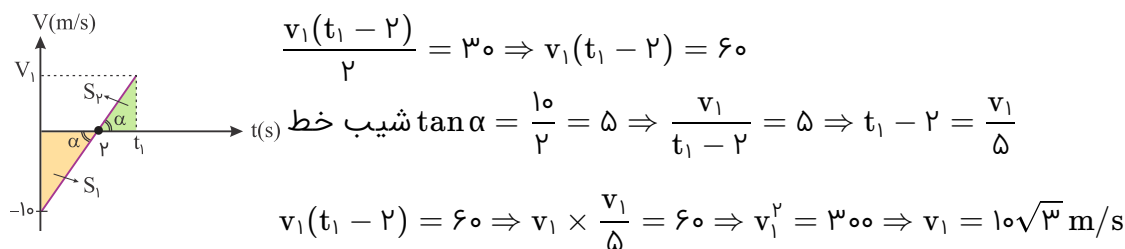
سرعت متوسط در بازه $(3, 5)$ برابر با سرعت در لحظه $t = 4\text{ s}$ است.
این بار سمت راست رأس سهمی را بررسی می‌کنیم:

$$v_2 = a\Delta t + v_1 \Rightarrow v_2 = 2(1) + 0 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ابتدا جابه‌جایی در ۲ ثانیه اول را حساب می‌کنیم:

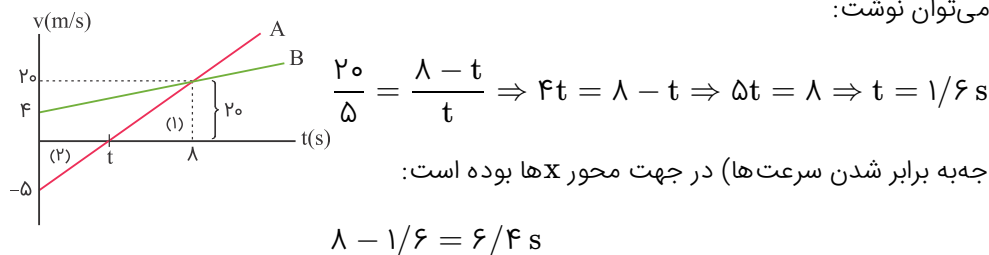
$$0 < t < 2 \Rightarrow \Delta x = \frac{2 \times (-10)}{2} = -10 \text{ m}$$

پس در $t = 2$ (s) فاصله متحرک از مبدأ برابر با $x_2 = -10 - 20 = -30 \text{ m}$ است. اگر فرض کنیم در لحظه t_1 جسم به مبدأ برسد باید جابه‌جایی بین $t = 2$ (s) تا $t = t_1$ برابر با 30 m باشد.



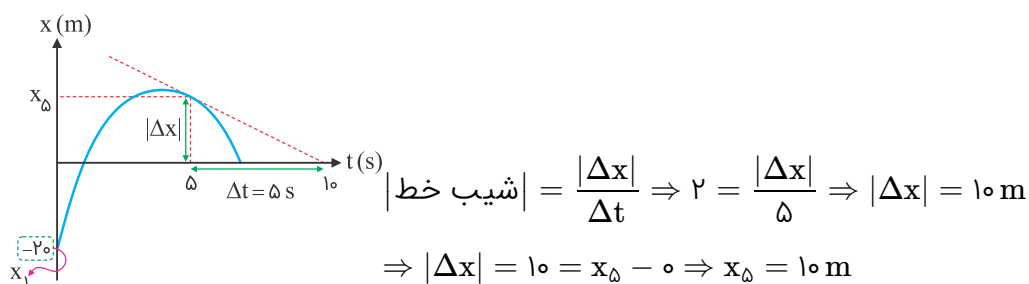
چون نقاط ابتدا به هم نزدیک و سپس دور می‌شوند؛ بنابراین سرعت متحرک از یک مقدار زیاد ابتدا کم و سپس زیاد می‌شود، یعنی شیب نمودار مکان- زمان ابتدا زیاد بوده و سپس کم شده و دوباره زیاد می‌شود؛ یعنی گزینه ۳ صحیح است.

باتوجه به اینکه شتاب حرکت متحرک B، 2 m/s^2 است (شیب نمودار B)، پس سرعت متحرک B بعد از 8 s به 20 m/s می‌رسد: باتوجه به اینکه دو مثلث ۱ و ۲ متشابه‌اند، می‌توان نوشت:



متحرک A از $t = 1/6 \text{ s}$ تا $t = 8 \text{ s}$ (باتوجه به برابر شدن سرعت‌ها) در جهت محور x ها بوده است:

تندی لحظه‌ای هم‌اندازه با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان می‌باشد در نتیجه شیب خط مماس بر منحنی در لحظه $t = 5 \text{ s}$ برابر با 2 m/s است، به کمک همین نکته می‌توانیم مکان متحرک در لحظه $t = 5 \text{ s}$ را محاسبه کنیم:



حالا سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_1}{\Delta t} \xrightarrow{x_1 = -20 \text{ m}, x_5 = 10 \text{ m}, \Delta t = 5 \text{ s}} v_{av} = \frac{10 - (-20)}{5} = 6 \text{ m/s}$$

گام اول: ابتدا شکلی از مسئله رسم می‌کنیم:



مسافتی که هریک از دو اتومبیل طی می‌کنند تا متوقف شوند را به دست می‌آوریم. با استفاده از معادله مستقل از زمان، داریم:

$$\begin{aligned} A : v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (20)^2 = 2(-2)\Delta x_A \Rightarrow \Delta x_A = 100 \text{ m} \\ B : v^2 - v_0^2 &= 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (10)^2 = 2(+2)\Delta x_B \Rightarrow |\Delta x_B| = 25 \text{ m} \end{aligned}$$

بنابراین مجموع مسافت‌هایی که دو اتومبیل طی می‌کنند تا متوقف شوند بیشتر از ۱۱۶ متر است و دو اتومبیل به یکدیگر برخورد می‌کنند.

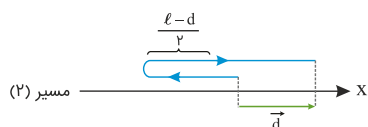
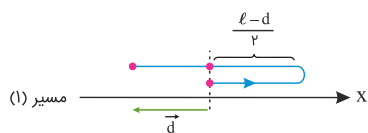
اتومبیل B در مدت $t = \frac{|v_0|}{|a|} = \frac{10}{2} = 5 \text{ s}$ متوقف می‌شود. در این مدت مجموع جابجایی دو اتومبیل برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta x_A = -t^2 + 20t \xrightarrow{t=5\text{s}} \Delta x_A = -5^2 + 20(5) = 75 \text{ m} \\ \Delta x_B = +t^2 - 10t \xrightarrow{t=5\text{s}} |\Delta x_B| = |+(5)^2 - 10(5)| = 25 \text{ m} \end{cases}$$

پس از توقف اتومبیل B فاصله بین دو اتومبیل به $116 - (75 + 25) = 16 \text{ m}$ می‌رسد و اتومبیل A این فاصله ۱۶ متری را به‌تنهایی طی می‌کند تا به اتومبیل B برخورد کند. بنابراین کل مسافتی که اتومبیل A طی می‌کند برابر $75 + 16 = 91 \text{ m}$ است و سرعت متحرک A پس از طی این مسافت یعنی در لحظه برخورد به اتومبیل B برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_A \Rightarrow v^2 - 20^2 = 2(-2)(91) \Rightarrow v^2 = 36 \text{ m/s} \Rightarrow v = 6 \text{ m/s}$$

می‌توان دو حالت زیر را برای حرکت متحرک در نظر گرفت.



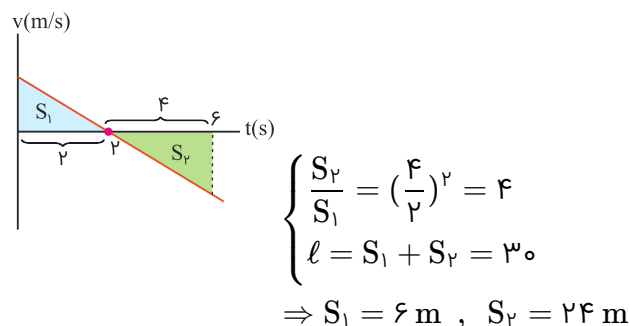
باتوجه به مسیرهای رسم‌شده، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}
 \text{مسیر (۱):} \quad & \left. \begin{aligned} \text{اندازه جابه‌جایی در جهت محور} &= \frac{l-d}{2} \\ \text{اندازه جابه‌جایی خلاف جهت محور} &= \frac{l-d}{2} + d = \frac{l+d}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{d=\frac{1}{2}l} \frac{\text{جابه‌جایی هم‌جهت محور}}{\text{جابه‌جایی خلاف جهت}} = \frac{d}{2d} = \frac{1}{2} \\
 \text{مسیر (۲):} \quad & \left. \begin{aligned} \text{اندازه جابه‌جایی در جهت محور} &= \frac{l-d}{2} + d \\ \text{اندازه جابه‌جایی خلاف جهت محور} &= \frac{l-d}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{d=\frac{1}{2}l} \frac{\text{جابه‌جایی هم‌جهت محور}}{\text{جابه‌جایی خلاف جهت}} = \frac{2d}{d} = 2
 \end{aligned}$$

گام اول: باتوجه به رابطه $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$ ، مسافت طی شده در ۶ ثانیه نخست حرکت برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{\ell}{\epsilon} \Rightarrow \ell = 30 \text{ m}$$

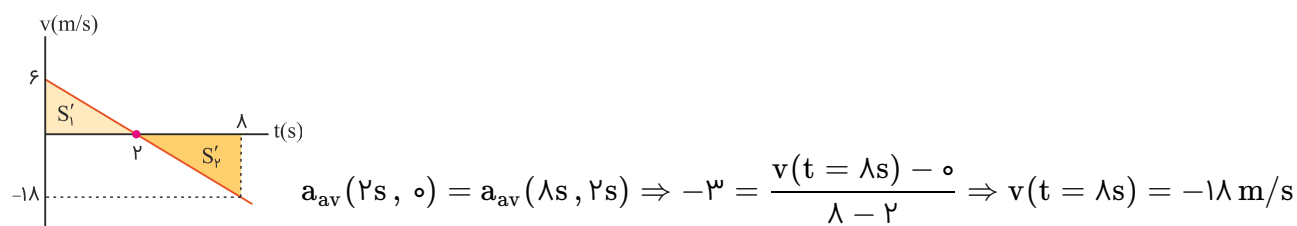
گام دوم: باتوجه به نمودار مکان- زمان، سرعت متحرک در $t = 2 \text{ s}$ برابر صفر و شتاب متحرک منفی است. بنابراین نمودار سرعت- زمان متحرک به صورت زیر است. مجموع مساحت های S_1 و S_2 برابر مسافت طی شده در ۶ ثانیه نخست است. بنابراین:



گام سوم: باتوجه به $S_1 = 6 \text{ m}$ ، سرعت اولیه متحرک و شتاب متحرک را به دست می آوریم:

$$S_1 = \frac{v_0 \times \epsilon}{2} \Rightarrow v_0 = 6 \text{ m/s}$$

گام چهارم: جابجایی متحرک در ۸ ثانیه نخست حرکت را به دست می آوریم:



$$\Delta x = S_1' - S_2'$$

$$\Delta x = \frac{2 \times 6}{2} - \frac{18 \times 6}{2} = -48 \text{ m}$$

گام پنجم: بردار مکان جسم در $t = 8 \text{ s}$ برابر است با:

$$\Delta x = x(t=8s) - x_0 \Rightarrow -48 = x(t=8s) - (-2) \Rightarrow x_{8s} = -50 \Rightarrow x(t=8s) = -50 \vec{i}$$

نمودار مکان- زمان دو متحرک به صورت خطی است؛ بنابراین سرعت دو متحرک ثابت است.

باتوجه به شیب نمودار مکان- زمان، اختلاف سرعت دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_A = \frac{60 - x_{0A}}{30}$$

$$v_B = \frac{60 - x_{0B}}{30}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = \frac{60 - x_{0A}}{30} - \frac{60 - x_{0B}}{30}$$

$$= \frac{60 - 60 + (x_{0B} - x_{0A})}{30}$$

$$= \frac{40}{30} = 1.33 \text{ m/s}$$

$$v_{av1} = 10 \quad v_{av2} = 20 \quad v_{av3} = ?$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{av}} \Rightarrow \begin{cases} \Delta t_1 = \frac{x}{10} & (1) \\ \Delta t_2 = \frac{x}{20} & (2) \\ \Delta t_3 = \frac{x}{v_{av3}} & (3) \end{cases}$$

سرعت متوسط در کل مسیر برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \quad (4)$$

با جایگذاری روابط (۱)، (۲) و (۳) در رابطه (۴) داریم:

$$\frac{120}{v} = \frac{x + x + x}{\frac{x}{10} + \frac{x}{20} + \frac{x}{v_{av3}}} = \frac{3x}{x(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{v_{av3}})}$$

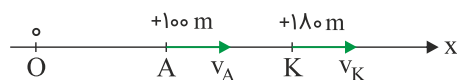
$$\Rightarrow \frac{120}{v} = \frac{3}{\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{v_{av3}}} \Rightarrow v_{av3} = 30 \text{ m/s}$$

جابه‌جایی و سرعت خودرو را پس از ۱۰ ثانیه از شروع حرکت حساب می‌کنیم.

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100 \text{ m}, v_A = a t = 2 \times 10 = 20 \text{ m/s}$$

کامیون مدت $\Delta t = 12 \text{ s}$ پیش از لحظه‌ای که حرکت خودرو یکنواخت می‌شود از کنار آن عبور کرده است. جابه‌جایی کامیون در این مدت را به دست می‌آوریم.

$$\Delta x_k = v_k \Delta t = 15 \text{ m/s} \times 12 \text{ s} = 180 \text{ m}$$



پس از یکنواخت شدن حرکت خودرو داریم: (پس از یکنواخت شدن حرکت، مکان اولیه خودرو و کامیون به ترتیب ۱۰۰ و ۱۸۰ متر است)

$$\begin{cases} X_A = v_A t' + X_{0A} = 20 t' + 100 \\ X_k = v_k t' + X_{0k} = 15 t' + 180 \end{cases} \xrightarrow{X_A = X_k} 20 t' + 100 = 15 t' + 180$$

$$\Rightarrow 5 t' = 80 \Rightarrow t' = 16 \text{ s} \Rightarrow X_A = X_k = 420 \text{ m}$$

در دو لحظه نشان داده‌شده، شیب خط مماس بر نمودار دارای مقدارهای یکسان است، یعنی تندی در این دو لحظه باهم برابر است. از طرفی علامت سرعت در این دو لحظه قرینه یکدیگر است؛ پس با استفاده از معادله محاسبه شتاب متوسط می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} a_{av} &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{t_2} - v_{t_1}}{t_2 - t_1} \\ v_{t_2} &= -v_{t_1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_{av} = \frac{-2v_{t_1}}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow -2 = \frac{-2v_{t_1}}{1/2 - 0/2} \Rightarrow -2v_{t_1} = -2 \Rightarrow v_{t_1} = 1 \text{ m/s} \Rightarrow v_{t_2} = -1 \text{ m/s}$$

ابتدا معادله سهمی را مشخص می‌کنیم.

$$t_{\text{رأس}} = \frac{t_1 + t_2}{2} \Rightarrow 1/5 = \frac{1 + t_2}{2} \Rightarrow t_2 = 2s$$

با قرار دادن نقطه (۰, ۱۲) در معادله داریم:

$$x = A(t - t_1)(t - t_2) \Rightarrow -1 \times A \times -2 = 12 \Rightarrow A = 6 \\ \Rightarrow x = 6(t - 1)(t - 2) \Rightarrow x = 6t^2 - 18t + 12$$

اکنون مکان در لحظه $t = 1/5s$ را حساب می‌کنیم.

$$x = 6(1/5)^2 - 18(1/5) + 12 = -1/5m$$

بردار مکان- زمانی تغییر می‌کند که جسم از مبدأ محور ($x = 0$) عبور کند. این زمان برای دومین بار $t = 2s$ است. در این صورت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{2} = -6m/s$$

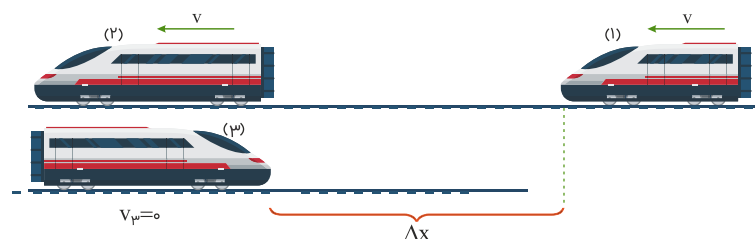
از طرفی در لحظه $t = 1/5s$ جهت حرکت جسم تغییر می‌کند. در این صورت داریم:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{13/5}{1/5} = 9m/s$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{v_{av}}{S_{av}} = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}$$

باتوجه به شکل زیر، برای محاسبه فاصله بین دو قطار (۱) و (۲) فرض می‌کنیم قطار (۳) ثابت است و دو قطار دیگر با فاصله زمانی ۲۰ دقیقه‌ای از کنار آن رد می‌شوند (همان مدت زمان بین راه افتادن دو قطار)؛ پس فاصله بین دو قطار برابر است با:



$$\Delta = v \times (20 \text{ min})$$

اگر قطار (۳) هم با سرعت v' حرکت کند، در هر ثانیه $(v + v')$ از فاصله Δx کم می‌شود تا قطار (۳) از هر دو قطار عبور کند (چون هر یک از قطارهای (۱) و (۲) به اندازه $v \Delta t'$ به سمت چپ حرکت می‌کنند و قطار (۳) به اندازه $v' \Delta t'$ به سمت راست حرکت می‌کند)؛ بنابراین، نسبت $\frac{v}{v'}$ برابر است با:

$$\Delta x = (v + v') \Delta t' = (v + v') \times \lambda$$

با تقسیم دو رابطه به دست آمده داریم:

$$\frac{\Delta x}{\Delta x} = \frac{v \times 20 \text{ min}}{(v + v') \times \lambda \text{ min}} \Rightarrow 1 = \frac{5v}{2v + 2v'} \Rightarrow 3v = 2v'$$

$$\Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{3}{2} = 1.5$$

گام اول: با فرض اینکه t_1 لحظه‌ای باشد که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند و t_2 لحظه‌ای باشد که متحرک B، به مقدار $3/5 \text{ m/s}$ بر سرعت خود بیفزاید. باتوجه به شکل زیر، داریم:

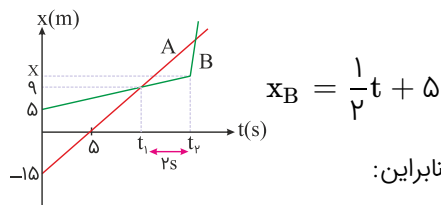
معادله مکان-زمان متحرک A:

$$x_A = 3t - 15 \Rightarrow 9 = 3t_1 - 15 \Rightarrow t_1 = 8 \text{ s}$$

$$t_2 = t_1 + 2 = 8 + 2 = 10 \text{ s} \Rightarrow x_B = v_B t + 5 \Rightarrow 9 = v_B t_1 + 5$$

$$\Rightarrow 9 = v_B \times 8 + 5 \Rightarrow v_B = \frac{1}{2} \text{ m/s}$$

معادله مکان-زمان متحرک B:



$$x_B = \frac{1}{2}t + 5$$

گام دوم: از لحظه $t_2 = 10 \text{ s}$ به بعد، متحرک B بر سرعت خود به مقدار $3/5 \text{ m/s}$ می‌افزاید، بنابراین:

$$v'_B = v_B + 3/5 = 0/5 + 3/5 = 6/5 \text{ m/s}$$

و از طرفی مکان متحرک B، در لحظه $t_2 = 10 \text{ s}$ برابر است با:

$$x_B = \frac{1}{2}t + 5 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 10 + 5 = 10 \text{ m}$$

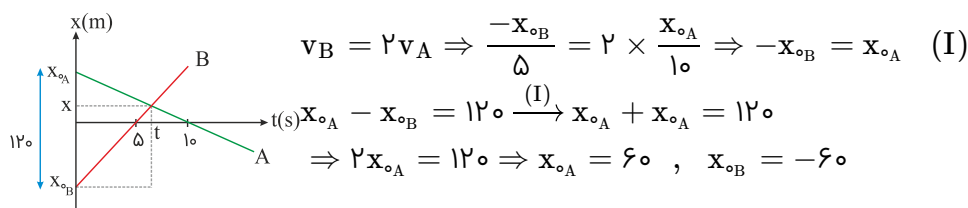
درنتیجه معادله مکان-زمان متحرک B بعد از لحظه $t_2 = 10 \text{ s}$ به صورت زیر خواهد شد:

$$x'_B = v'_B t + x'_{B_0} \Rightarrow v'_B = 6t - 30$$

گام سوم: در پایان، لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند را به دست می‌آوریم:

$$x'_B = x_A \Rightarrow 6t - 30 = 3t - 15 \Rightarrow t = 15 \text{ s}$$

گام اول: تندی متحرک B، ۲ برابر تندی متحرک A است؛ بنابراین باتوجه به شکل زیر، داریم:



$$v_B = 2v_A \Rightarrow \frac{-x_{oB}}{\Delta t} = 2 \times \frac{x_{oA}}{\Delta t} \Rightarrow -x_{oB} = x_{oA} \quad (I)$$

$$x_{oA} - x_{oB} = 120 \xrightarrow{(I)} x_{oA} + x_{oA} = 120$$

$$\Rightarrow 2x_{oA} = 120 \Rightarrow x_{oA} = 60, \quad x_{oB} = -60$$

گام دوم: با فرض اینکه دو متحرک در لحظه t و مکان $x = n$ به یکدیگر می‌رسند، باتوجه به شکل بالا، خواهیم داشت:

$$v_B = 2v_A \Rightarrow \frac{n - x_{oB}}{t} = 2 \times \frac{x_{oA} - n}{t} \Rightarrow n - x_{oB} = 2(x_{oA} - n)$$

$$\Rightarrow n + 60 = 2(60 - n) \Rightarrow n + 60 = 120 - 2n \Rightarrow 3n = 60 \Rightarrow n = 20$$

با فرض اینکه در مبدأ زمان، متحرک A در مبدأ مکان قرار داشته باشد، متحرک B در مکان $x_{0B} = 1000\text{m}$ قرار دارد؛ بنابراین معادلات مکان-زمان دو متحرک A و B در دو حالت موردنظر تست به صورت زیر خواهد شد:

حالت اول: دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می کنند.



$$x_A = v_A t$$

$$x_B = -v_B t + 1000$$

$$t = 10\text{s} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$\Rightarrow v_A \times 10 = -v_B \times 10 + 1000$$

$$\Rightarrow 10v_A + 10v_B = 1000$$

$$\Rightarrow v_A + v_B = 100 \quad (\text{I})$$

حالت دوم: دو متحرک در یک جهت حرکت می کنند.



$$x_A = v_A t$$

$$x_B = v_B t + 1000$$

$$t = 20\text{s} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$\Rightarrow v_A \times 20 = v_B \times 20 + 1000$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = 50 \quad (\text{II})$$

در پایان با استفاده از دو رابطه (I) و (II)، v_A و v_B را به دست می آوریم:

$$v_A = 75 \text{ m/s}$$

$$v_B = 25 \text{ m/s}$$

ابتدا در مدت ۱۱ s جابه‌جایی دو متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_A = vt = 10 \times 11 = 110 \text{ m}$$

$$\begin{cases} \Delta x_{1B} = \frac{1}{2}at^2 + v_0t = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 2 \times 5 = 35 \text{ m} \\ \Delta x_{2B} = vt_2 = (+at_1 + v_0)t_2 = (+2 \times 5 + 2)(11 - 5) = 72 \text{ m} \end{cases}$$

$$\Delta x_B = \Delta x_{1B} + \Delta x_{2B} = 107 \text{ m}$$

حال می‌توانیم با مساوی قرار دادن مسافت‌های پیموده شده لحظهٔ رسیدن دو متحرک به یکدیگر و همچنین اندازهٔ سرعت آن‌ها را محاسبه کنیم:

$$\left. \begin{aligned} x_B &= vt = 12t \\ x_A &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x_A &= \frac{1}{2}(-2)t^2 + 10t + 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A = x_B$$

$$-t^2 + 10t + 3 = 12t \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$$

$$v_B = 12 \text{ m/s}$$

$$v_A = -at + v_0 = -2 \times 1 + 10 = 8 \text{ m/s}$$

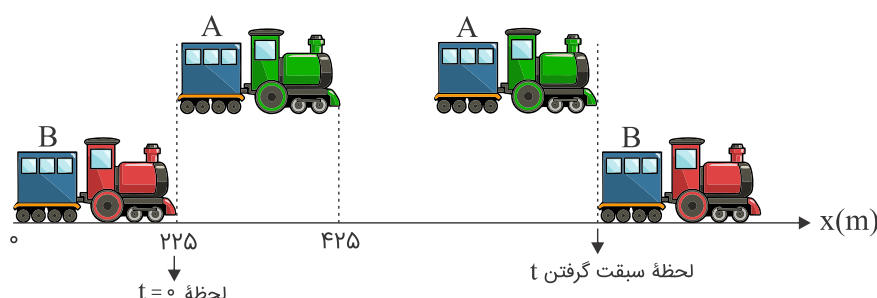
$$v_B - v_A = 12 - 8 = 4 \text{ m/s}$$

گام اول

الف) قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت ۴۰ m/s ← $v_A = ۴۰\text{ m/s}$, $a_A = ۰$
 ب) قطار B به طول ۲۲۵ متر هنگامی که قطار A از آن عبور می‌کند با شتاب ثابت ۲ m/s^2 در همان جهت به راه می‌افتد
 ← $v_{0B} = ۰$, $a_B = +۲\text{ m/s}^2$, $x_{0A} = ۲۲۵\text{ m}$
 ج) قطار B سرعت خود را به ۵۰ m/s می‌رساند ← $v_{1B} = ۵۰\text{ m/s}$
 د) قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و کاملاً از آن عبور می‌کند ← $t_{\text{سبقت}} = ?$

گام دوم

باتوجه به شکل، برای ابتدای هر قطار معادله‌ها را نوشته و سبقت t را به دست می‌آوریم. با استفاده از معادله سرعت- زمان، زمانی که سرعت قطار B، ۵۰ m/s می‌شود (t_1) را محاسبه می‌کنیم:



$$v_B = a_B t_1 + v_{0B} \Rightarrow 50 = 2t_1 \Rightarrow t_1 = 25\text{ s}$$

از لحظه $t_1 = 25\text{ s}$ به بعد، قطار B با سرعت ثابت ۵۰ m/s به حرکت خود ادامه می‌دهد. در این لحظه مکان قطار A و B را به کمک معادله مکان آن‌ها می‌یابیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t_1 + x_{0A} \Rightarrow x_A = 1225\text{ m} \\ x_B = \frac{1}{2} a_B t_1^2 + v_{0B} t_1 + x_{0B} \Rightarrow x_B = 625\text{ m} \end{cases}$$

از این پس دو قطار با سرعت ثابت ۴۰ m/s , ۵۰ m/s حرکت می‌کنند و با توجه به رابطه $x_B - x_A = 200\text{ m}$ (لحظه‌ای که قطار B از A کاملاً عبور کرده) زمان سبقت را به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t_2 + x_{0A} \Rightarrow x_A = 40t_2 + 1225$$

$$x_B = v_B t_2 + x_{0B} \Rightarrow x_B = 50t_2 + 625$$

$$(50t_2 + 625) - (40t_2 + 1225) = 200 \Rightarrow t_2 = 80\text{ s}$$

درنهایت زمان سبقت از لحظه شروع حرکت برابر است با:

$$t_{\text{سبقت}} = t + t_2 = 25 + 80 = 105\text{ s}$$

سرعت اولیه دو متحرک برابر با صفر است و در $t = ۳s$ در یک مکان قرار دارند؛ پس داریم:

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} \xrightarrow[\frac{v_{0B}=0}{x_{0B}=0}]{} ۲۷ = \frac{1}{2} a_B \times ۹ \Rightarrow a_B = ۶ m/s^2$$

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A} \xrightarrow[\frac{v_{0A}=0}{x_{0A}=-۹}]{} ۲۷ = \frac{1}{2} a_A \times ۹ - ۹ \Rightarrow a_A = ۸ m/s^2$$

اکنون مکان دو متحرک را در لحظه $t = ۸s$ می‌یابیم:

$$x_B = \frac{1}{2} \times ۶ \times ۶۴ = ۱۹۲ m$$

$$x_A = \frac{1}{2} \times ۸ \times ۶۴ - ۹ = ۲۴۷ m$$

$$\Rightarrow |\Delta x| = ۲۴۷ - ۱۹۲ = ۵۵ m$$

باتوجه به تقارن سهمی و اینکه متحرک در لحظه ۰ و ۱۰ ثانیه در یک مکان قرار گرفته، پس در $t = ۵s$ سرعت متحرک صفر است؛ پس با استفاده از معادله مکان- زمان و سرعت- زمان ابتدا شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[\frac{v=0 \text{ m/s}}{t=5s}]{} 0 = 5a + v_0 \Rightarrow v_0 = -5a$$

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow ۳۶ = \frac{1}{2} a(5)^2 + (-5a) \times 5 + ۲۳/5$$

$$\Rightarrow ۱۲/5 = ۱۲/5a - ۲۵a \Rightarrow a = \frac{-۱۲/5}{۱۲/5} = -۱ m/s^2$$

اکنون با استفاده از معادله مستقل از زمان (سرعت- جابه‌جایی) داریم:

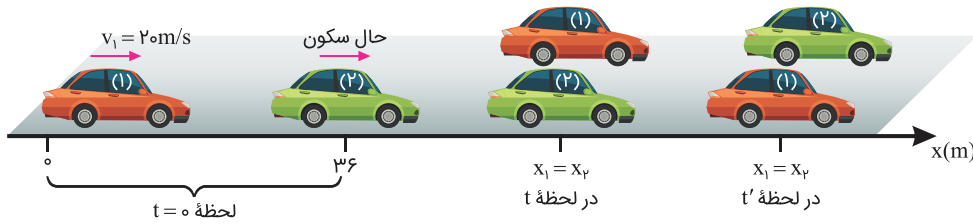
$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 0^2 = 2 \times -1 - ۳۶ \Rightarrow v^2 = 2 \times ۳۶ = ۶\sqrt{۲} m/s$$

گام اول

- الف) اتومبیلی با سرعت ۲۰m/s ← سرعت ثابت و $v_1 = ۲۰\text{m/s}$, $a_1 = ۰$
- ب) از ۳۶ متر جلوتر اتومبیلی با شتاب ثابت ۲m/s^2 از حال سکون در همان جهت ← $v_{02} = ۰$, $a_2 = ۲\text{m/s}^2$, $x_{02} = ۳۶\text{m}$
- ج) دو بار از هم سبقت می‌گیرند ← دو بار مختصات مکانی آن‌ها برابر می‌شود.
- د) فاصله زمانی این دو سبقت ؟ ← $t'' - t = ?$

گام دوم

معادله مکان هر اتومبیل را می‌نویسیم و مساوی هم قرار می‌دهیم تا زمان‌های سبقت گرفتن از هم به دست آید:



$$\text{اتومبیل ۱، سرعت ثابت} : x_1 = v_1 t + x_0 \xrightarrow{x_0=0} x_1 = 20t$$

$$\text{اتومبیل ۲، شتاب ثابت} : x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_{02} t + x_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 + 36 \rightarrow x_2 = t^2 + 36$$

$$x_1 = x_2 \rightarrow 20t = t^2 + 36 \rightarrow \begin{cases} t = 2\text{ s} \\ t'' = 18\text{ s} \end{cases}$$

پس فاصله زمانی بین این دو سبقت برابر است با:

$$t'' - t = 18 - 2 = 16\text{ s} : \text{فاصله زمانی دو سبقت}$$

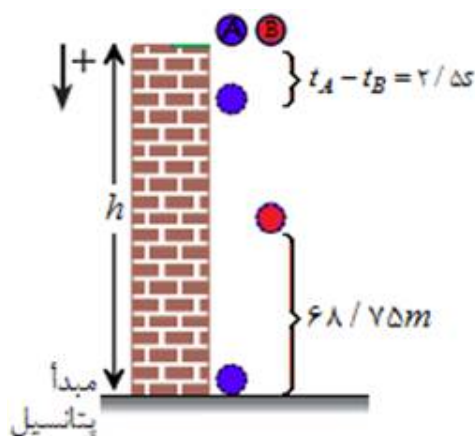
گام اول

الف) دو جسم به فاصله زمانی $۲/۵$ s رها می‌شوند $t_A - t_B = ۲/۵$ s

ب) چند ثانیه پس از رها شدن گلوله اول، فاصله دو گلوله به $۶۸/۷۵$ m می‌رسد؟ $\Delta y_A - \Delta y_B = ۶۸/۷۵$ m , $t_A = ?$

گام دوم

معادله مکان گلوله‌های A و B را نوشته، از هم کم می‌کنیم و مساوی $۶۸/۷۵$ m قرار می‌دهیم (جهت مثبت رو به پایین فرض شود).



$$\begin{cases} \Delta y_A = \frac{1}{2} g t_A^2 \\ \Delta y_B = \frac{1}{2} g t_B^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta y_A - \Delta y_B = ۶۸/۷۵ \Rightarrow ۵ t_A^2 - ۵ t_B^2 = ۶۸/۷۵ \Rightarrow t_A^2 - t_B^2 = ۱۳/۷۵$$

از طرفی $t_B = t_A - ۲/۵$ است، در نتیجه t_A برابر است با:

$$t_A^2 - (t_A - ۲/۵)^2 = ۱۳/۷۵ \Rightarrow ۵ t_A - ۶/۲۵ = ۱۳/۷۵ \Rightarrow t_A = ۴$$